On the non-individuation of absolute motion in Michelson-Morley and Kennedy-Thorndike experiments

Sulla mancata individuazione del moto assoluto negli esperimenti di Michelson-Morley e di Kennedy-Thorndike

Fausto Vezzaro
sitofausto@gmail.com

6 maggio 2014

In this article I describe in detail why, following Lorentz ideas, the mentioned experiments in the title give a negative result. What makes the demonstration particular interesting, in my opinion, is the big generality: the arms have arbitray direction.

In questo articolo descrivo dettagliatamente per quale motivo, se si seguono le idee di Lorentz, gli esperimenti citati nel titolo danno esito nullo. Ciò che rende la dimostrazione particolarmente attraente, a mio modo di vedere, è la notevole generalità: i bracci hanno direzione arbitraria.

On the non-individuation of absolute motion in Michelson-Morley and Kennedy-Thorndike experiments

Fausto Vezzaro

sitofausto@gmail.com

Abstract

In this article I describe in detail why, following Lorentz ideas, the mentioned experiments in the title give a negative result. What makes the demonstration particular interesting, in my opinion, is the big generality: the arms have arbitray direction.

1 Preliminary accounts

To study Michelson's experiment[1] we will focus on outward and return journey of a flash of light along a arm, oriented in arbitrary direction. We will try in a context genuinely classic: we will consider isotropic the speed of light only in a particular reference frame (exactly as for the sound, when an observer is at rest with respect to air). We call *absolute motion* the motion with respect to this privileged reference frame.

Are $\boldsymbol{v}$ the absolute speed of the interferometer and $\boldsymbol{l}$ the initial position of reflecting mirror at the bottom of the arm. Let us suppose that at zero time the mirror is at the origin (so that $l = |\boldsymbol{l}|$ is the length of the arm) and starts the light flash. After a time t the location of the reflecting mirror is $\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}t$ then the instant in which the flash of light reaches the mirror must satisfy

$$|\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}t| = ct \tag{1}$$

By squaring (we will have a spurious solution) we can reorder in this way

$$(1 - \beta^2)t^2 - \frac{2l}{c}\xi t - \frac{l^2}{c^2} = 0 \tag{2}$$

Where ξ is the component of the absolute speed along the axis defined by arm expressed as a fraction of the speed of light:

$$\xi = \beta \cos\theta \tag{3}$$

[1] I assume as already known the apparatus in its ideal schematization (the reader could consult [RR]), always described in literature, but never in-depth about calculations.

Where $\beta = \frac{v}{c}$ and θ the angle between the arm and the absolute speed. Solving with respect to time we have $\frac{l}{c} \cdot \frac{\xi \pm \sqrt{\xi^2 + (1-\beta^2)}}{1-\beta^2}$. The instant we're looking for is obviously positive, then the solution with the minus is the spurious one. I call $\hat{t}$ the instant in which the flash of light reaches the reflecting mirror:

$$\hat{t} = \frac{l}{c} \cdot \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 + 1 - \beta^2}}{1 - \beta^2} \tag{4}$$

The flash of light reflected starts then from the point $\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}\hat{t}$. We consider $\tilde{t}$ the instant in which the light flash meets again the half silver mirror. Clearly this will take place in the point $\boldsymbol{v}\tilde{t}$. The vector that characterizes the return journey is then $\boldsymbol{v}\tilde{t} - (\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}\hat{t})$. Since we are in absolute reference, and light travels simply at speed c, it should be valid

$$|\boldsymbol{v}\tilde{t} - \boldsymbol{l} - \boldsymbol{v}\hat{t}| = c(\tilde{t} - \hat{t}) \tag{5}$$

By squaring we can reorder in this way

$$(1-\beta^2)\tilde{t}^2 + 2\left[\frac{l}{c}\xi - (1-\beta^2)\hat{t}\right]\tilde{t} + \left[(1-\beta^2)\hat{t}^2 - \frac{2l}{c}\xi\hat{t} - \frac{l^2}{c^2}\right] = 0 \tag{6}$$

Where $\hat{t}$ is given by (4). Solving with respect to $\tilde{t}$ we have a spurious solution (the zero one, it is not difficult to understand its physical significance) and a second solution, which is that we are interested in:

$$\tilde{t} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{\sqrt{\xi^2 + 1 - \beta^2}}{1 - \beta^2} \tag{7}$$

We can compare it with limit cases where there is an alignment with the absolute motion (see for exemple [RR, Par. 1.5]). For the arm 1 we have $\xi = \beta$, while for the arm 2 we have $\xi = 0$. We obtain for the time of outward and return journey the values $\frac{2l}{c}\gamma^2$ e $\frac{2l}{c}\gamma$. The time of outward and return journey (and so the number of lenghtwave in the paths) depend on the interferometer arms orientation (through ξ), so we should expect a fringes slippage when the interferometer is rotated.

2 The slippage of fringes expected by Michelson

To estimate the slippage, we multiply (7) for c, obtaining that the absolute lenght of outward and return journey is $\frac{2l\sqrt{\xi^2+1-\beta^2}}{1-\beta^2}$. If the frequency of light emission is ν, the wavelenght is $\frac{c}{\nu}$, so the number of lenghtwave in the journey is

$$N = \frac{2l\nu}{c} \cdot \frac{\sqrt{\xi^2 + 1 - \beta^2}}{1 - \beta^2} \tag{8}$$

Let's suppose that arm number 1 is initially parallel to the absolute speed (i.e. we have $\xi = \beta$) and that in consequence of the rotation the arm number 2 became parallel to absolute motion. Then the variations of the lenghtwave number we find in an outward and return journey, due to this rotation for the first and second arm, are

$$\Delta N_1 = \frac{2l_1\nu}{c} \cdot \frac{\sqrt{1-\beta^2}-1}{1-\beta^2} \tag{9a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{2l_2\nu}{c} \cdot \frac{1-\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta^2} \tag{9b}$$

If the absolute speed is much smaller than the speed of light, the two expressions are approximately

$$\Delta N_1 = \frac{-l_1\beta^2\nu}{c} \tag{10a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{l_2\beta^2\nu}{c} \tag{10b}$$

For an arm the lenghtwave number increases, for the other one lowers. To find the number of slided fringes we should then sum up the absolute values of the variations by obtaining the well known

$$\boxed{\Delta N = \frac{\beta^2\nu}{c}(l_1+l_2)} \tag{11}$$

3 The idea of Fitzgerald

As everybody knows, Michelson, even trying to make interferometes rotation at different istants of the year, he noticed any fringes slippage. Less known is that in order to explain the no result of Michelson's experiment, Fitzgerald (and then Lorentz), supposed that when an object is in absolute motion, its dimensions are contracted along the directions of a motion by γ factor. We show here for which reason a similar hypothesis gives an explanation of this incredible experimental result. Let's suppose that the arm is oriented in such way that when it is in an absolute rest it has, with the direction of the future absolute speed, an absolute angle θ. When the arm moves at absolute speed $\boldsymbol{v}$, its components, in the transverse and parallel direction to $\boldsymbol{v}$, they are respectively

$$l\sin\theta \tag{12a}$$

$$l\cos\theta\sqrt{1-\beta^2} \tag{12b}$$

Where the $\sqrt{1-\beta^2}$ factor is due to the contraction supposed by Fitzgerald. The absolute lenght, once the arm moves, is then

$$l' = l\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta} \tag{13}$$

where θ is the absolute angle that the arm would make with the previous absolute speed, if it was stopped in a an absolute rest. The absolute angle θ'

that now (in absolute motion) the arm makes with the absolute speeding must satisfy

$$\begin{cases} l' \sin\theta' = l \sin\theta \\ l' \cos\theta' = l \cos\theta \sqrt{1-\beta^2} \end{cases} \tag{14}$$

from which we obtain θ' in function of θ

$$\theta' = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\theta}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \tag{15}$$

The equation (15) we have obtained seems ugly but if we are interested in $\cos(\theta')$, it doesn't make particular problems. By exploiting $\cos(\tan^{-1}(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ we notice that $\xi' = \beta \cos\theta'$ (i.e. the absolute speed projection along the new arm direction) is

$$\xi' = \beta \sqrt{\frac{1-\beta^2}{1-\beta^2+\tan^2\theta}} \tag{16}$$

On the basis of the equation (7) the time of outward and return journey, considering the Fitzgerald's contraction is

$$\frac{2l'}{c}\frac{\sqrt{\xi'^2+1-\beta^2}}{1-\beta^2} \tag{17}$$

So in our case,

$$\frac{2l}{c}\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta} \cdot \frac{\sqrt{\beta^2 \cdot \frac{1-\beta^2}{1-\beta^2+\tan^2\theta} + 1 - \beta^2}}{1-\beta^2} \tag{18}$$

Simplifying we obtain $\frac{2l}{c}\gamma$. If ν is the frequency of light emission, the number of lengtwave that are in a an outward and return journey is then

$$\frac{2l\nu}{c\sqrt{1-\beta^2}} \tag{19}$$

We have to notice that θ has disappeared, so if we seriously consider the Fitzgerald's contraction, we should not be surprised if turning the interferometer (even in different moments of the day and of the year), we don't oberve any fringes slippage. However a dependance from the *module* of absolute speed is remained. It may be exploited to individualize the absolute motion through an experiment as that one we describe in the following paragraph.

4 The experiment of Kennedy-Thorndike

Let's suppose to use an interferometer with arms that have different lenghts $l_1 \neq l_2$[2] and to observe constantly the interferometer for months, waiting for the module of absolute speed changes.

[2]Obviously, *all* interferometers have different lenght arms. How much it is necessary that lenghts are different so the experiment we are describing works? We will consider this delicate point later.

It may in fact be the case that the module of the absolute speed *does not varies* during the year: assuming for simplicity circular the orbit of the earth, it is sufficient to assume that the absolute speed of the solar system is zero, or perpendicular to the ecliptic (I have *never* seen raise the problem). The absolute speed of the Sun is unknown, so the non-slippage of the fringes in the Kennedy-Thorndike's experiment, very far being definitive as it is made understand in [RR], it is not incompatible with the Fitzgerald's idea[3] and it is also compatible with the idea of slowing that we will see in a short time.

Anyway, let's pass over this problem and go on. We call t_A e t_B the initial instant and the final instant of a given time interval (during the which we assume that the module of the absolute speed of the laboratory changes significantly). At the instant t_i, the arm l_j defines a journey that contains this number of wavelenght (equation (19)):

$$\frac{2l_j\nu_i}{c\sqrt{1-\beta_i^2}} \tag{20}$$

where β_i is the the absolute speed module in the instant t_i (expressed as fraction of light speed) and ν_i is the absolute frequency of light emitter to time t_i[4]. The variation of the number of lenghtwave for the paths associated to the arm 1 and to the arm 2, as a result of the variation of the absolute time from t_A a t_B is then

$$\Delta N_1 = \frac{2l_1}{c}\left(\frac{\nu_B}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{\nu_A}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{21a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{2l_2}{c}\left(\frac{\nu_B}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{\nu_A}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{21b}$$

If we assume that the absolute speed variation does not influence the light emitter frequency, and only in this case, we can say $\nu_A = \nu_B = \nu$ and write

$$\Delta N_1 = \frac{2l_1\nu}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{22a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{2l_2\nu}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{22b}$$

This time, the variations in the number of wavelengths are "in the same direction" (if the number of wavelengths increases/decreases to an arm, increases/ decreases for the other too). However, this does not mean that there is no fringes slippage, because the variation in the number of wavelengths is directly

[3] Unless the apparatus was so sensitive to reveal also the absolute speed variations due to the non zero eccentricity of the orbit or to the motion of rotation of the Eart on itself (as it well known it is inclinated with respect to the ecliptic). In the light of the considerations that follow the equation (24), it seems an improbable eventuality.

[4] In this context ν is a constant, but I have preferred to introduce this generalisation (frequency of the light emitter dependent from the instant) from here, to simplify later and raise a suspicion in the reader.

proportional to the length of the arm. We have already noted that the rotation of the interferometer no longer plays any role, however, if the arms have different lenghts, as a result of the variation of the absolute speed the two arms change differently the number of wavelengths contained in the paths. Since the variation in the number of wavelengths is in the same direction, this time to find the number of fringes slided we must take the absolute value of the difference:

$$\Delta N = \frac{2\Delta l \nu}{c}\left|\frac{1}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right| \tag{23}$$

where $\Delta l = |l_1 - l_2|$ is the difference of arms lenght. If $\beta \ll 1$ we have

$$\boxed{\Delta N = \frac{\Delta l \nu}{c}\left|\beta_B^2 - \beta_A^2\right|} \tag{24}$$

For problems of coherence of the light, that I have not raised in this article, the first solution that comes to mind to make experimentally accessible the effect, that is increase the difference in length between the arms, was not practicable[5]. Fortunately, it is experimentally accessible even slippage of a small fraction of fringe (even a thousandth). This makes it possible (assuming optimistically $\left|\beta_B^2 - \beta_A^2\right| \approx 10^{-8}$) detect the effect using visible light, and interferometers whose arms differ in length just a few centimetres (just what it was necessary to allow the coherence).

The (24) is reported in [RR], but the Author omit devilishly even only quoting what I explain in the next paragraph. In my view, this is a wrong choice (we could call it even dishonesty) but we must recognize to Resnick the merit of *raise* interesting problems that are usually ignored in modern physics books[6].

5 The process is slower due to the absolute motion

Let us assume that the absolute speed not only generates the contraction of Fitzgerald, but affects the frequency of the emitter, decreasing it by a factor $\sqrt{1-\beta^2}$. If it is, in the absolute instants in t_A e t_B the emitter emits with frequency $\nu_A = \nu\sqrt{1-\beta_A^2}$ e $\nu_B = \nu\sqrt{1-\beta_B^2}$ where ν is the natural frequency (the absolute frequency of the emitter in absolute quietness). We cannot reveal

[5] This is a problem of nature completely different from those that I've described here, unessential in relation to what I wanted to prove. The fact is that in nature there is not a perfect source of light, which emits a wave train infinity, monochrome, coherent, eternal. The reader will easily convince himself that this can create problems when trying to study the interference between waves emitted, albeit from the same source, in times too far apart. I suppose that with modern lasers the coherence problems are less thorny.

[6] The only book that I know, that really deals with these problems is [TW] but it still does not report the enlightening (and in my partisan opinion, delightful) demonstration that I elaborated here.

this slowdown with a simple measurement of time because it affects all physical processes. If things are so, the change in number of wavelengths, on a single path, is zero (consider (21)), whatever is the manner in which we rotate the interferometer or we do vary its speed. This explains the no slippage of fringes in the experiment of Kennedy-Thorndike too.

6 Conclusions

But then the absolute space exists or does not? I invite the reader to reflect on the following wise assertion of Max Born

> No concept and no statement that are not susceptible to experimental verification must find their place in a physical theory

And also

> A concept is inherent in the reality to physics when is possible to detect, by experimental observation, the existence of some phenomena to which it corresponds

Any concept of physics must be connectable to the experience. This link can perhaps be indirect, it can take place through a mental experiment not yet made or even impossible for practical reasons. It can even be a link of very mysterious nature (as is the case of the de Broglie relations). But such a connection with the experiment *must* exist. Everyone does not subscribe these statements, very simply, has no idea of what physics *is*. All this of course does not mean that there is something bad in *assume* the existence of something which apparently is experimentally inaccessible, to study the possibility to reveal it.

In conclusion, in the absence of an operative procedure that allows to locate it (and I do not feel certain to exclude a priori that such a procedure may exist, I myself speculated about an experiment elsewhere) the concept of absolute space is a non-sense. Even if such a procedure would be theorized, the absolute space would remain an entity purely fictitious up to a possible experimental confirmation.

References

[RR] Robert Resnick (1979). *Introduzione alla relatività ristretta*. Casa Editrice Ambrosiana.

[TW] Edwin Taylor, John Archibald Wheeler (1992). *Spacetime Physics*. Freeman.

Contents

Physics is like sex: sure, it may give some pratical results, but that's not why we do it! *(Richard Feynman)*

Sulla mancata individuazione del moto assoluto negli esperimenti di Michelson-Morley e di Kennedy-Thorndike

Fausto Vezzaro
sitofausto@gmail.com

Sommario

In questo articolo descrivo dettagliatamente per quale motivo, se si seguono le idee di Lorentz, gli esperimenti citati nel titolo danno esito nullo. Ciò che rende la dimostrazione particolarmente attraente, a mio modo di vedere, è la notevole generalità: i bracci hanno direzione arbitraria.

1 Conti preliminari

Per studiare l'esperimento di Michelson[1] ci concentreremo sul viaggio di andata e ritorno di un lampo di luce lungo un braccio, orientato in direzione arbitraria. Ci porremo in un contesto genuinamente classico: considereremo la velocità della luce isotropa solo in un particolare riferimento (esattamente come avviene per il suono, quando un osservatore è in quiete rispetto all'aria). Chiameremo *moto assoluto* il moto rispetto a questo riferimento privilegiato.

Siano $\boldsymbol{v}$ la velocità assoluta dell'interferometro e $\boldsymbol{l}$ la posizione iniziale dello specchio riflettente in fondo al braccio. Supponiamo che all'istante zero lo specchio semiargentato sia nell'origine (in modo che $l = |\boldsymbol{l}|$ sia la lunghezza del braccio) e parta il lampo di luce. Dopo un tempo t la posizione dello specchio riflettente è $\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}t$ quindi l'istante in cui il lampo di luce raggiunge lo specchio deve soddisfare la

$$|\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}t| = ct \tag{1}$$

Elevando al quadrato (avremo una soluzione spuria) possiamo riordinare così

$$(1-\beta^2)t^2 - \frac{2l}{c}\xi t - \frac{l^2}{c^2} = 0 \tag{2}$$

dove ξ è la componente della velocità assoluta lungo l'asse definito dal braccio espressa come frazione della velocità della luce:

$$\xi = \beta \cos\theta \tag{3}$$

[1] Supporrò già noto l'apparato nella sua schematizzazione ideale (si consulti ad esempio [RR]), tanto descritto in letteratura, quanto poco approfondito nei conti.

essendo $\beta = \frac{v}{c}$ e θ l'angolo tra il braccio e la velocità assoluta. Risolvendo rispetto al tempo si ha $\frac{l}{c} \cdot \frac{\xi \pm \sqrt{\xi^2 + (1-\beta^2)}}{1-\beta^2}$. L'istante cercato è ovviamente positivo, quindi la soluzione con il meno è quella spuria. Chiamo $\hat{t}$ l'istante in cui il lampo di luce raggiunge lo specchio riflettente:

$$\hat{t} = \frac{l}{c} \cdot \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 + 1 - \beta^2}}{1 - \beta^2} \tag{4}$$

Il lampo di luce riflesso parte quindi dal punto $\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}\hat{t}$. Sia $\tilde{t}$ l'istante in cui il lampo di luce incontra nuovamente lo specchio semiargentato. Chiaramente ciò avverrà nel punto $\boldsymbol{v}\tilde{t}$. Il vettore che caratterizza il tragitto di ritorno è allora $\boldsymbol{v}\tilde{t} - (\boldsymbol{l} + \boldsymbol{v}\hat{t})$. Poiché siamo nel riferimento assoluto, e la luce viaggia semplicemente a velocità c, dovrà valere la

$$|\boldsymbol{v}\tilde{t} - \boldsymbol{l} - \boldsymbol{v}\hat{t}| = c(\tilde{t} - \hat{t}) \tag{5}$$

Elevando al quadrato possiamo riordinare così

$$(1-\beta^2)\tilde{t}^2 + 2\left[\frac{l}{c}\xi - (1-\beta^2)\hat{t}\right]\tilde{t} + \left[(1-\beta^2)\hat{t}^2 - \frac{2l}{c}\xi\hat{t} - \frac{l^2}{c^2}\right] = 0 \tag{6}$$

dove $\hat{t}$ è dato dalla (4). Risolvendo rispetto all'incognita $\tilde{t}$ troviamo una soluzione spuria (quella nulla, non è difficile comprendere il suo significato fisico) e una seconda soluzione, che è quella che ci interessa:

$$\tilde{t} = \frac{2l}{c} \cdot \frac{\sqrt{\xi^2 + 1 - \beta^2}}{1 - \beta^2} \tag{7}$$

Si può confrontare con i casi limite in cui vi è un allineamento con il moto assoluto (vedi per esempio [RR, Par. 1.5]). Per il braccio 1 si ha $\xi = \beta$ mentre per il braccio 2 si ha $\xi = 0$. Si ottiene per il tempo di andata e ritorno i valori $\frac{2l}{c}\gamma^2$ e $\frac{2l}{c}\gamma$. Poiché i tempi di andata e ritorno (e quindi il numero di lunghezze d'onda contenuti nei cammini) dipendono dall'orientamento dei bracci dell'interferometro (tramite la variabile ξ), dovremmo aspettarci uno slittamento di frange quando l'interferometro viene ruotato.

2 Lo slittamento di frange previsto da Michelson

Per essere più espliciti, moltiplichiamo la (7) per c, ottenendo che la lunghezza assoluta del tragitto di andata e ritorno è $\frac{2l\sqrt{\xi^2+1-\beta^2}}{1-\beta^2}$. Se la frequenza di emissione della luce è ν, la lunghezza d'onda è $\frac{c}{\nu}$, dunque il numero di lunghezze d'onda contenute nel tragitto di andata e ritorno è

$$N = \frac{2l\nu}{c} \cdot \frac{\sqrt{\xi^2 + 1 - \beta^2}}{1 - \beta^2} \tag{8}$$

Supponiamo che il braccio 1 sia inizialmente parallelo alla velocità assoluta (cioè che si abbia $\xi = \beta$) e che in seguito alla rotazione lo sia il braccio 2. Allora le variazioni del numero di lunghezze d'onda contenute in un tragitto di andata e ritorno, dovute a questa rotazione, per il primo e per il secondo braccio, sono

$$\Delta N_1 = \frac{2l_1\nu}{c} \cdot \frac{\sqrt{1-\beta^2}-1}{1-\beta^2} \tag{9a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{2l_2\nu}{c} \cdot \frac{1-\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta^2} \tag{9b}$$

Se la velocità assoluta è molto più piccola della velocità della luce, le due espressioni valgono all'incirca

$$\Delta N_1 = \frac{-l_1\beta^2\nu}{c} \tag{10a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{l_2\beta^2\nu}{c} \tag{10b}$$

Per un braccio il numero di lunghezze d'onda aumentano, per l'altro diminuiscono, per trovare il numero di frange slittate dovremo allora sommare i valori assoluti delle variazioni ottenendo la ben nota

$$\boxed{\Delta N = \frac{\beta^2\nu}{c}(l_1 + l_2)} \tag{11}$$

3 L'idea di Fitzgerald

Come tutti sanno Michelson, pur provando a effettuare la rotazione dell'interferometro in momenti diversi dell'anno, non osservò alcuno slittamento di frange. Meno noto è che per spiegare l'esito nullo dell'esperimento di Michelson, Fitzgerald (e poi Lorentz) ipotizzarono che quando un oggetto è in moto assoluto, le sue dimensioni vengono contratte lungo la direzione del moto di un fattore γ. Dimostreremo qui per quale motivo una tale ipotesi da una spiegazione di questo sbalorditivo risultato sperimentale.

Supponiamo che il braccio sia orientato in modo che quando è in quiete assoluta forma, con la direzione della eventuale velocità assoluta che prenderà, un angolo assoluto θ. Quando il braccio si mette in moto a velocità assoluta $\boldsymbol{v}$, le sue componenti, nella direzione trasversa e parallela a $\boldsymbol{v}$, sono rispettivamente

$$l \sin\theta \tag{12a}$$

$$l \cos\theta \sqrt{1-\beta^2} \tag{12b}$$

dove il fattore $\sqrt{1-\beta^2}$ è dovuto alla contrazione ipotizzata da Fitzgerald. La lunghezza assoluta, una volta che il braccio si è messo in moto, è allora

$$l' = l\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta} \tag{13}$$

dove θ è l'angolo assoluto che il braccio formerebbe con la precedente velocità assoluta, se fosse arrestato in quiete assoluta. L'angolo assoluto θ' che ora il braccio forma con la velocità assoluta deve soddisfare la

$$\begin{cases} l' \sin\theta' = l \sin\theta \\ l' \cos\theta' = l \cos\theta \sqrt{1-\beta^2} \end{cases} \tag{14}$$

da cui otteniamo θ' in funzione di θ

$$\theta' = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\theta}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \tag{15}$$

L'equazione (15) che abbiamo ottenuto sembra poco pratica ma se siamo interessati a $\cos(\theta')$ non crea problemi particolari. Sfruttando la $\cos(\tan^{-1}(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ vediamo infatti che $\xi' = \beta\cos\theta'$ (cioè la proiezione della velocità assoluta lungo la nuova direzione del braccio) vale

$$\xi' = \beta\sqrt{\frac{1-\beta^2}{1-\beta^2+\tan^2\theta}} \tag{16}$$

In base all'equazione (7) il tempo di andata e ritorno ora, tenendo conto della contrazione di Fitzgerald, vale

$$\frac{2l'}{c}\frac{\sqrt{\xi'^2+1-\beta^2}}{1-\beta^2} \tag{17}$$

Quindi, nel nostro caso,

$$\frac{2l}{c}\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta}\cdot\frac{\sqrt{\beta^2\cdot\frac{1-\beta^2}{1-\beta^2+\tan^2\theta}+1-\beta^2}}{1-\beta^2} \tag{18}$$

Semplificando si ottiene $\frac{2l}{c}\gamma$. Se ν è la frequenza di emissione degli impulsi luminosi, il numero di lunghezze d'onda contenute in un viaggio di andata e ritorno è allora

$$\frac{2l\nu}{c\sqrt{1-\beta^2}} \tag{19}$$

Va notato che θ è scomparso, quindi se prendiamo sul serio la contrazione di Fitzgerald, non dovremmo stupirci se ruotando l'interferometro (anche in momenti diversi del giorno e dell'anno) non osserviamo slittamenti di frange. È rimasta però una dipendenza dal modulo della velocità assoluta, che può essere sfruttata per individuare il moto assoluto tramite un esperimento come quello descritto nel paragrafo seguente.

4 L'esperimento di Kennedy-Thorndike

Supponiamo di utilizzare un interferometro con bracci che abbiano lunghezze $l_1 \neq l_2$ diverse[2] e di osservare costantemente l'interferometro per mesi, attendendo che il modulo della velocità assoluta vari.

Potrebbe in realtà darsi il caso in cui il modulo della velocità assoluta *non varia* durante l'anno: supponendo per semplicità l'orbita terrestre circolare, è sufficiente ipotizzare che la velocità assoluta del sistema solare sia nulla, oppure ortogonale all'eclittica (non ho però *mai* visto sollevare il problema). La velocità assoluta del Sole è ignota, quindi il mancato slittamento di frange nell'esperimento di Kennedy-Thorndike, lungi dall'essere definitivo come viene lasciato intendere in [RR], non è incompatibile con l'idea di Fitzgerald[3], oltre a non essere incompatibile con l'idea del rallentamento che incontreremo tra breve.

Ad ogni modo, sorvoliamo su questo problema e proseguiamo. Chiamiamo t_A e t_B l'istante iniziale e l'istante finale di un dato intervallo di tempo (durante il quale si suppone che il modulo della velocità assoluta del laboratorio vari significativamente). All'istante t_i, il braccio l_j definisce un viaggio che contiene questo numero di lunghezze d'onda (equazione (19)):

$$\frac{2l_j\nu_i}{c\sqrt{1-\beta_i^2}} \tag{20}$$

Dove β_i è il modulo della velocità assoluta nell'istante t_i (espresso come frazione della velocità della luce) e ν_i è la frequenza assoluta dell'emettitore di luce al tempo t_i[4]. La variazione del numero di lunghezze d'onda per i cammini associati al braccio 1 e al braccio 2, in seguito alla variazione di tempo assoluto da t_A a t_B, è allora

$$\Delta N_1 = \frac{2l_1}{c}\left(\frac{\nu_B}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{\nu_A}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{21a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{2l_2}{c}\left(\frac{\nu_B}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{\nu_A}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{21b}$$

Se ipotizziamo che la variazione della velocità assoluta non influenza la frequenza dell'emettitore di luce, e solo in questo caso, possiamo porre $\nu_A = \nu_B = \nu$ e

[2]Ovviamente *tutti* gli interferometri hanno bracci di lunghezze diverse, quanto è necessario che siano diverse perché l'esperimento che stiamo descrivendo funzioni? Faremo più avanti considerazioni su questo punto delicato.

[3]A meno che l'apparato fosse così sensibile da rivelare anche le variazioni di velocità assoluta dovute alla eccentricità non nulla dell'orbita o al moto di rotazione della Terra su se stessa (che come è ben noto è inclinato rispetto all'eclittica). Alla luce delle considerazioni che seguono l'equazione 24, mi sembra un'eventualità improbabile.

[4]In questo contesto ν è una costante, ma ho preferito introdurre questa generalizzazione (frequenza dell'emettitore di luce dipendente dall'istante) fin da qui, per semplificare le cose in seguito e mettere una pulce nell'orecchio del lettore.

scrivere

$$\Delta N_1 = \frac{2l_1\nu}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{22a}$$

$$\Delta N_2 = \frac{2l_2\nu}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right) \tag{22b}$$

Questa volta le variazioni del numero di lunghezze d'onda sono "nella stessa direzione" (se il numero di lunghezze d'onda aumenta/diminuisce per un braccio, aumenta/diminuisce anche per l'altro). Questo però non significa che non ci sia slittamento di frange, perché la variazione nel numero di lunghezze d'onda è direttamente proporzionale alla lunghezza del braccio. Abbiamo già fatto notare che la rotazione dell'interferometro non gioca più alcun ruolo, tuttavia se i bracci non sono uguali, in seguito alla variazione della velocità assoluta i due bracci varieranno in modo diverso il numero di lunghezze d'onda contenute. Poiché la variazione del numero di lunghezze d'onda è nella stessa direzione, questa volta per trovare il numero di frange slittate dobbiamo prendere il valore assoluto della differenza:

$$\Delta N = \frac{2\Delta l\nu}{c}\left|\frac{1}{\sqrt{1-\beta_B^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta_A^2}}\right| \tag{23}$$

dove $\Delta l = |l_1 - l_2|$ è la differenza di lunghezza dei bracci. Se $\beta \ll 1$ abbiamo

$$\boxed{\Delta N = \frac{\Delta l\nu}{c}\left|\beta_B^2 - \beta_A^2\right|} \tag{24}$$

Per problemi di coerenza della luce, che non ho sollevato in questo articolo, la prima soluzione che viene in mente per rendere sperimentalmente accessibile l'effetto, cioè aumentare a dismisura la differenza di lunghezza tra i bracci, non era praticabile[5]. Fortunatamente, è sperimentalmente accessibile anche lo slittamento di una piccola frazione di frangia (anche un millesimo), ciò fa si che sia possibile (supponendo ottimisticamente $\left|\beta_B^2 - \beta_A^2\right| \approx 10^{-8}$) rivelare l'effetto usando luce visibile e interferometri i cui bracci differiscono per lunghezza solo alcuni centimetri (proprio quello che era necessario per permettere la coerenza).

Anche la (24) è riportata in [RR] che però omette diabolicamente anche solo di citare quanto spiego nel prossimo paragrafo. Si tratta a mio avviso di una scelta sbagliata (potremmo chiamarla addirittura disonestà), ma a Resnick va riconosciuto il merito di *sollevare* interessanti problemi che vengono di solito ignorati nei libri di fisica moderna.[6]

[5]Si tratta di un problema di natura completamente differente da quelli che ho trattato qui, inessenziale in relazione a ciò che mi proponevo di dimostrare. Il fatto è che in natura non esiste una sorgente di luce perfetta, che emette un treno d'onde infinito, monocromatico, coerente, in eterno. Il lettore non farà fatica a convincersi che ciò può creare problemi quando si cerca di studiare l'interferenza fra onde emesse, sia pure dalla stessa sorgente, in tempi troppo distanti. Immagino che con i moderni laser i problemi di coerenza siano meno spinosi.

[6]L'unico libro a me noto che affronta davvero questi problemi è [TW], il quale comunque non riporta la bellissima e illuminante dimostrazione che ho elaborato qui.

5 Rallentamento dei processi dovuto al moto assoluto

Ipotizziamo che la velocità assoluta non solo generi la contrazione di Fitzgerald, ma influenzi la frequenza dell'emettitore, rallentandolo di un fattore $\sqrt{1-\beta^2}$. Se è così, negli istanti assoluti t_A e t_B l'emettitore emette con frequenza $\nu_A = \nu\sqrt{1-\beta_A^2}$ e $\nu_B = \nu\sqrt{1-\beta_B^2}$ dove ν è la frequenza naturale (la frequenza assoluta dell'emettitore in quiete assoluta). Non possiamo rivelare questo rallentamento con una semplice misura di tempo perché interessa tutti i processi fisici. Se le cose stanno così, la variazione di numero di lunghezze d'onda, su un singolo percorso, è nulla (si considerino le formule (21)), qualunque sia il modo in cui ruotiamo l'interferometro o facciamo variare la sua velocità. Questo spiega il mancato slittamento di frange nell'esperimento di Kennedy-Thorndike.

6 Conclusioni

Ma allora lo spazio assoluto esiste o non esiste? Invito il lettore a riflettere sulla seguente saggia affermazione di Max Born

> Nessun concetto e nessuna affermazione che non siano suscettibili di verifica sperimentale devono trovar posto in una teoria fisica.

e ancora

> Un concetto è inerente alla realtà fisica quando è possibile rivelare, mediante l'osservazione sperimentale, l'esistenza di qualche fenomeno a cui esso corrisponda.

Qualunque concetto della fisica deve essere collegabile all'esperienza. Questo collegamento può magari essere indiretto, avvenire tramite un esperimento mentale non ancora realizzato o perfino irrealizzabile per motivi pratici. Può addirittura essere un collegamento di natura molto misteriosa (come avviene per le relazioni di de Broglie). Ma tale collegamento con l'esperimento *deve* esserci. Chiunque non sottoscriva in pieno queste affermazioni, molto semplicemente, non ha idea di che cosa la fisica *sia*. Tutto ciò ovviamente non significa che ci sia qualcosa di male nell'*ipotizzare* l'esistenza di qualcosa che apparentemente è sperimentalmente inaccessibile, per studiare la possibilità di rivelarla.

In conclusione, in mancanza di una procedura operativa che permetta di individuarlo (e non me la sento certo di escludere a priori che una tale procedura possa esistere, io stesso ne ho ipotizzata una altrove) il concetto di spazio assoluto è un non-senso. Quand'anche una tale procedura venisse teorizzata, lo spazio assoluto resterebbe un'entità puramente fittizia fino ad una eventuale conferma sperimentale.

Riferimenti bibliografici

[RR] Robert Resnick (1979). *Introduzione alla relatività ristretta*. Casa Editrice Ambrosiana.

[TW] Edwin Taylor, John Archibald Wheeler (1992). *Spacetime Physics*. Freeman.

Indice

La fisica è come il sesso: certo, può dare qualche risultato pratico, ma non è questo il motivo per cui lo facciamo! (*Richard Feynman*)